



André Frank Zimpel

Der zählende Mensch

Was Emotionen mit Mathematik
zu tun haben

Vandenhoeck & Ruprecht

André Frank Zimpel, Der zählende Mensch

V&R

André Frank Zimpel, Der zählende Mensch

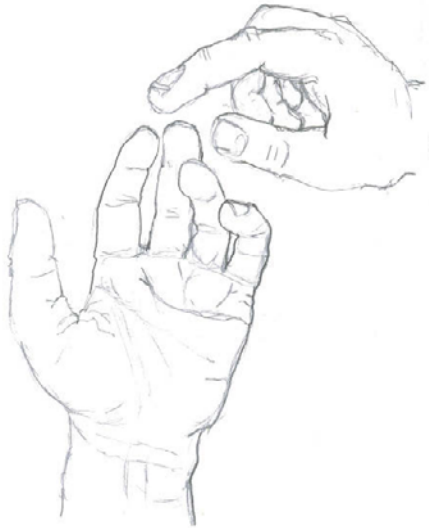
André Frank Zimpel, Der zählende Mensch

André Frank Zimpel

Der zählende Mensch

Was Emotionen mit Mathematik zu tun haben

2. Auflage



Vandenhoeck & Ruprecht

Mit 24 Abbildungen

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-525-31542-2

ISBN 978-3-647-31542-3 (E-Book)

© 2012, 2008 Vandenhoeck & Ruprecht GmbH & Co. KG, Göttingen/
Vandenhoeck & Ruprecht LLC, Oakville, CT, U.S.A.
www.v-r.de

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Printed in Germany.

Gesamtherstellung: ⊕ Hubert & Co., Göttingen

Inhalt

Erster Teil: Die Erklärungslücke zwischen Mensch und Zahl 7

Kapitel 1: Ingenieurmathematik und Menschenbild 9

Das menschliche Maß der Zahlen 9 Das universelle Werkzeug des Denkens 11 Der Mensch als Mängelwesen 13 Das Hilbertprogramm 15 Der Mensch als Maschine 16 Entweder objektiv oder allgemeingültig 18 Emotionale Zahlen 19 Die Einzigartigkeit des Individuums 21 Herausforderungen für eine Humanmathematik 23

Kapitel 2: Vom Sinn der Zahlen 26

Zählende Tiere 26 Fossile Kerben 27 Merkhilfen 29 Zeichen als Gedächtnisstützen 31 Pirahas 33 Superzeichen als Aufmerksamkeitsstützen 35 Finger als Merkhilfe 37 Die Dreierbündelung 39 Zählende Babys und das Zeigen 40 Die Vermessung der Aufmerksamkeit 42

Kapitel 3: Anschaulichkeit und Übersichtlichkeit 45

Autismus 45 Gestaltwahrnehmung 47 Primzahlen 48 Das Sieb des Eratosthenes 50 Muster ohne Worte 52 Tunnelaufmerksamkeit 54 Der mentale Zahlenstrahl 55 Zwang zur Abstraktion 57 Die Beschleunigung des Denkens 59 Der Beweis 62 Das Dilemma 64

Zweiter Teil: Bewusstseinsformeln 67

Kapitel 1: Die Montessori-Formel der Aufmerksamkeit 69

Geistige Nahrung 69 Zellenergie 70 Nicht vom Brot allein 72 Die innere Aktivität 74 Das Fastnichts 76 Die fensterlose Monade 78 Die Polarisation der Aufmerksamkeit 80 Flow 82 Die Annäherung an eine Unbekannte 84

Kapitel 2: Die Lewin-Formel des Verhaltens 87

Film 87 Naturgesetze 89 Standardabweichung 91 Häufigkeit und Individualität 93 Kippbilder und Luftschlösser 97 Feldtheorie 99 Konflikte 101 Ideenkonflikte 103

Kapitel 3: Die Piaget-Formel der geistigen Entwicklung 105

Kopfkino 105 Objekte 107 Hyperwürfel 109 Kreisreaktionen 112 Umkehrbarkeit und Entwicklung 114 Julia-Menge 115 Daumenkino 118 Das Blinzeln und andere Störungen 120 Beobachtungsstandpunkte 122

Dritter Teil: Humanmathematik 125

Kapitel 1: Bewusstseinsformeln in der Praxis 127

Faustformeln 127 Rechenkunst 129 Tapetenformeln 130 Mit Emotionen rechnen 132 Mathematik als Tun 134 Geometrie als Landvermessung 135 Die Null zum Anfassen 137 Mehr als nur Faustformeln? 139

Kapitel 2: Bewusstseinsformeln in der Forschung 142

Hirnschrittmacher 142 Zeit des Erwachens 144 Freier Wille 146 Kreiskausalität 148 Tief im Hirn 150 Biofeedback 151 Ordnung aus dem Rauschen 153 Sehen mit den Fingerspitzen 155 Information und Rauschen 157

Kapitel 3: Humanmathematik und Informationszeitalter 160

Information über Information 160 Unsterbliches Bewusstsein 161 Außen-, Super- und Innensicht 163 Was an Zeichen auffällt 165 Außensicht: Unsicherheit 167 Außensicht: gezählte Buchstaben 168 Außensicht: Auffälligkeit 170 Supersicht: Lesen als Konfliktlösung 173 Supersicht: Nonsenstexte 175 Innensicht: Denkbeschleunigung 177 Zeichen überholen die Wahrnehmung 179 Das Zeitalter der Information 182

Nachwort zur 2. Auflage 186

Personenregister 188

Sachregister 190

André Frank Zimpel, Der zählende Mensch

Erster Teil:
Die Erklärungslücke zwischen Mensch und Zahl

André Frank Zimpel, Der zählende Mensch

Kapitel 1: Ingenieursmathematik und Menschenbild

Das menschliche Maß der Zahlen

Zahlen können einschüchtern; kommen sie doch oft als harte Fakten daher. Durch Missbrauch dieses Effektes kann unter Umständen eine Minderheit eine Mehrheit zum Schweigen bringen. Doch sind Zahlen und Mathematik nicht selbst Menschenwerk? Da gehen die Ansichten weit auseinander: Für manche sind Zahlen Gottesersatz oder Orakel aus einem Jenseits, für andere dagegen Blendwerk oder unmenschliches Teufelszeug, von dem sie sich möglichst weit fernhalten.

Dieses Buch handelt nicht von Zahlen in Statistiken, weder von Rechenbeispielen noch von Lösungswegen für Mathematikaufgaben. Es schaut hinter die Kulisse, vor der Zahlen auftreten: Wer führt Regie? Welchen Einfluss haben Zahlen auf das Drehbuch?

Seit fast 30 Jahren beschäftige ich mich mit Zahlen unter zwei Gesichtspunkten:

1. Wie entwickeln Menschen ihre Fähigkeit im Umgang mit Zahlen?
2. Wie lässt sich die geistige Entwicklung eines Menschen mit Zahlen erfassen?

Die Mathematik selbst klammert beide Fragen eher aus. Ich merkte erst sehr spät, dass beide Fragen eng miteinander zusammenhängen. Um diesen Zusammenhang zu erkennen, musste ich zwei Vorurteile überwinden:

Das erste Vorurteil sieht in mathematischen Leistungen den unmittelbaren Ausdruck des abstrakten Denkvermögens. Die größten Zahlengenies, die ich persönlich kennenlernen durfte, waren Menschen mit der Diagnose Autismus. Personen mit

Autismus zeigen schon in früher Kindheit eine ausgeprägte Kontaktscheu und Veränderungsangst.

In seltenen Fällen entwickeln Menschen mit dieser Diagnose einen ausgeprägten Sinn für Zahlen: Mühelos rechnen sie im Kopf den Wochentag aus, auf den ein weit zurückliegendes oder in ferner Zukunft zu erwartendes Datum fällt. Manche erkennen, ohne zu rechnen, mehrstellige Primzahlen oder erfassen präzise die Anzahl unübersichtlicher Mengen auf einem Blick. Abstraktes Denken bereitet ihnen jedoch zumeist große Mühe. Sie haften eher am konkreten Detail. Darauf komme ich an späterer Stelle noch einmal zurück. Mathematisches und abstraktes Denken sind also zwei verschiedene Angelegenheiten. Sie können sich behindern oder befruchten – je nachdem.

Das zweite Vorurteil, das ich überwinden musste, war: Die Entwicklung eines Menschen ließe sich nur im Vergleich zum Durchschnitt messen. Ein Maß sollte einfach sein, aber: Nichts ist so vielfältig wie das Verhalten durchschnittlicher Menschen. Der durchschnittliche Fall erweist sich immer als der variantenreichste Fall. Wenn es also so etwas wie normale Menschen gibt, dann sind sie alle untereinander sehr verschieden. Ich werde auch das an späterer Stelle noch deutlicher zeigen.

Das Motiv, die Beziehungen zwischen Mensch und Zahl genauer auszuleuchten, beruht auf der folgenden Überlegung: Das naturwissenschaftliche Weltbild von Menschen basiert im Wesentlichen auf Zahlen. Als Menschen sind wir sowohl Teil dieses Weltbildes als auch seine Ursache. Was bedeuten Zahlen schon ohne zählende Menschen? Welchen Wert hat ein Bild von der Welt, in dem keine denkenden Menschen vorkommen? Das menschliche Bewusstsein ist die letzte unverstandene Ursache der Zahlen.

Die Doppelrolle des Menschen, einerseits Akteur und andererseits Gegenstand des Zählens zu sein, verursacht viele Missverständnisse und Irrtümer. Sie kann aber zugleich die Quelle völlig neuer Einsichten sein.

Das universelle Werkzeug des Denkens

Ohne sich dessen ständig bewusst zu sein, verbringen Menschen die meiste Zeit ihres Lebens mit Denken. Beim Spazierengehen, auf dem Weg zur Arbeit, beim Warten und bei Routinehandlungen – ständig rumoren Gedanken im Kopf. Der innere Strom der Gedanken sprudelt aus einer unbekanntem und unerschöpflichen Quelle. Überhaupt ist Denken eine rätselhafte Tätigkeit: Seine Kraft bezieht das Denken aus Emotionen, gleichzeitig ist es die einzige Ordnungsmacht im Reich der Gefühle.

Ein einziger Gedanke kann einen Tag retten oder verderben. Zu kritischen Zeitpunkten kann ein Gedanke sogar unser Leben verändern. Doch damit ist die Kraft des Denkens längst nicht erschöpft: Ergreift ein Gedanke viele Menschen, kann er sich wie ein Flächenbrand ausbreiten. Er kann Kriege auslösen oder verhindern, Hoffnungen nähren oder aushungern, Börsenkurse fallen oder steigen lassen, eine Mode anfachen oder auslöschen, Menschen in Verzweiflung stürzen oder begeistern. Denken ist deshalb so seltsam, weil es sich mit keiner anderen Tätigkeit vergleichen lässt. Verwaltet werden Gedanken von den Wissenschaften. Doch kristallklarer Spiegel des Denkens ist unter ihnen nur eine: die Mathematik.

Mathematik war ursprünglich Unterricht in Lebensphilosophie: Pythagoras (6. Jh. v. Chr.) leitete den Namen für seine Zahlenlehre von dem Wort »mathema« (μαθημα) ab. Es bedeutet »Unterricht« und »Lernen« und ist urverwandt mit dem deutschen Wort »munter«. Seinen ersten Schüler bezahlte er sogar dafür, dass er sich von ihm unterrichten ließ. Er ahnte: Wenn sich sein Schüler erst einmal auf die Zahlen einlassen würde, käme er so schnell nicht wieder davon los.

So begann eine inzwischen mehr als 2500-jährige Erfolgsgeschichte einiger weniger, sehr einfacher, aber äußerst kraftvoller Gedanken. Die Köpfe von Generationen von Menschen weltweit waren und sind ihnen teils freiwillig teils unfreiwillig Heimstätten geworden. Auch in Zukunft wird sich daran wenig ändern. Wandeln werden sich aber die Anwendungsbereiche und damit auch der Charakter der Mathematik.

Heute bereitet die Schulmathematik auf ein Leben in der modernen Industriegesellschaft vor. Ihre Visionen sind Maschinen-

parks, Planungsbüros, Laboratorien, Fabriken und Buchhaltungen. Schulmathematik ist hauptsächlich eine Ingenieursmathematik.

Doch, was ist mit Lernenden, die keinen Ingenieursberuf anstreben? Liegt hier nicht ein verständlicher Grund für Mathefrust? Wenn sich Mathematik nur an toten Dingen orientiert, dann tobt das Leben woanders. Der Mensch im Licht der Ingenieursmathematik ist ein Rädchen im Getriebe einer Verwaltungsmaschinerie, neudeutsch: *Social Engineering*. Serien namenloser Nummern in statistischen Erhebungen erschaffen ein Menschenbild aus Zahlen. Nur die Null markiert die Zählenden.

Wie kann eine Wissenschaft vom Menschen Errungenschaften der Mathematik aufgreifen, ohne menschliche Eigenschaften zu verdinglichen oder Lebendiges in Totes umzuwandeln? Diese Frage wirft eine noch grundlegendere Frage auf: Was ist Mathematik? In gewisser Weise könnte man in der Mathematik eine Sprache sehen. Doch dieser Vergleich wirft neue Fragen auf:

1. Warum überwindet die Mathematik internationale Sprachbarrieren so mühelos, während die Übersetzungen aus Fremdsprachen immer unvollkommen bleiben?
2. Warum können manche Menschen, die nach einer Hirnverletzung einfachste Sätze nicht zu bilden oder zu verstehen vermögen, problemlos auch komplexere mathematische Aufgaben lösen?

Es ist modern, unser Gehirn mit einer Rechenmaschine, einem Computer, zu vergleichen. Angenommen, unser Gehirn wäre eine Rechenmaschine, dann bliebe zu erklären, warum es Völker geben kann, deren mathematisches Verständnis kaum über das Zählen bis drei hinauskommt. Trotzdem pflegen sie erfolgreich ihr kulturelles Dorfleben und geben umfangreiches Wissen über ihr Umfeld an ihre Nachkommen weiter. Sie sind in ihren Handlungen – außer eben im Rechnen – jedem Computer um ein Vielfaches überlegen. Warum reichen Säuglinge im Erfassen von Anzahlen kaum an die Leistungen von Vögeln heran, obwohl die »Rechenkapazität« ihrer Hirne weit über die viel kleineren Vogelhirne herausragen müsste?

Die großen Erfolge der Mathematik in der Astronomie, Musik, Malerei, Physik, Geographie, Chemie, Informatik und vielen

anderen Bereichen erwecken den Eindruck, die Welt selbst sei mathematisch. Diesen Erfolgen stehen auf der anderen Seite erstaunlich nichtssagende Versuche gegenüber, das Denken und Handeln von Menschen in mathematischen Modellen einfangen zu wollen. Der Mensch ist aber ein Teil der Welt!

Die Mathematik, die Gesetze zu beschreiben vermag, nach denen sich die entferntesten Planeten drehen müssen, erscheint bei den unmittelbaren Fragen, die das menschliche Denken und Handeln betreffen, erstaunlich hilflos. Selbst das bestüberwachte Volk der Welt, die DDR-Bevölkerung, konnte durch unberechenbares Verhalten seine Überwacher überraschen.

Eines steht fest: Wir besitzen kein besseres Denkwerkzeug als die Mathematik! Genauso wie sich das Denken mit keiner anderen Tätigkeit vergleichen lässt, gleicht die Mathematik keinem anderen Wissensgebiet. Die Beschaffenheit eines Werkzeuges lässt auch immer Rückschlüsse auf die Personen zu, die es benutzen. Welche Rückschlüsse erlauben die menschlichen Zähl-systeme auf das menschliche Denken?

Der Mensch als Mängelwesen

Pythagoras lebte nach dem Leitsatz: Alles ist Zahl! Die Devise unserer Zeit, zweieinhalbtausend Jahre später, ist dagegen: Alles werde Zahl! Geburtsdatum, Hausnummer, Postleitzahl, Telefonnummer, Bankleitzahl, Kontonummer, Kreditkartennummer und Geheimzahl, Steuernummer, Versicherungsnummer, Ausweisnummer, Fahrzeugkennzeichen usw. sind die ersten Vorboten des herannahenden digitalen Zeitalters.

Der Zeitgeist scheint nicht eher ruhen zu wollen, bis alles nummeriert, gezählt und gemessen ist. Das heißt nicht, dass wir uns der Digitalisierung ständig bewusst sein müssen. Hinter E-Mail-Adressen und Internetseiten verbergen sich genauso numerische Verschlüsselungen wie hinter jedem am Computer verfassten Text, jeder Computergraphik und jedem am Computer animierten Film.

Eine Folge des Nummerierens, Zählens und Messens ist die Verdinglichung alles Lebendigen. Eine Nebenwirkung dieser Verdinglichung ist eine schleichende Unterwanderung unseres

Selbstbewusstseins: Es beginnt völlig harmlos, zum Beispiel mit dem scherzhaften Vergleich des eigenen Herzens mit einer »Pumpe«. Die sprachliche Verdinglichung macht aber auch vor dem eigenen Gehirn nicht halt: Es wird zum »Computer«, in den man »Daten einscannet« und auf dessen »Festplatte« man Erinnerungen »speichert«. Schließlich verwandelt sich der eigene genetische Code in eine »Hardware« und die Umwelt wird zur »Software«.

Statt von Beziehungen zwischen Familienmitgliedern redet die Wissenschaft heute von »Bindungen«. Was bezweckt man mit diesem Wort, das Assoziationen zur Werkstofftechnik und Chemie weckt? Antwort: die Versachlichung eines lebendigen Vorgangs. Überhaupt scheint die Versachlichung von Lebendigem immer mehr zum Inbegriff von Wissenschaftlichkeit zu werden. Wir können in unserem Bemühen um Sachlichkeit nichts Problematisches entdecken. Aber warum vertrauen wir den Sachen mehr als dem Menschen?

Die Antwort liegt auf der Hand: Die meisten Unfälle in unserem Alltag beruhen auf menschlichem Versagen. Auf Technik ist dagegen mehr Verlass. Sollte sie doch einmal ausfallen, lässt sich der Ausfall letztendlich immer auf menschliches Versagen zurückführen. Deshalb ist es kein Wunder, dass wir uns immer mehr daran gewöhnen, alles Lebendige und Menschliche als »Störgröße« zu erleben.

Der Mensch ist fehlerhaft, als ineffizientes »Humankapital« austauschbar. Selbst unser globales Ökosystem leidet scheinbar unter »Menschenbefall«. Auch hier ist der Mensch der Störenfried. Nun versucht die Biosphäre in einem Fieberkrampf, sich von ihrem »Schädling Nummer Eins«, dem Menschen, zu befreien.

Das in den Medien bis zur Karikatur überstrapazierte Bild des Menschen als »Mängelwesen« und »Störgröße« illustriert die distanzierte Perspektive der Ingenieursmathematik. Sie spiegelt den Menschen aus einer extremen Außenperspektive, wie von einem fernen archimedischen Punkt im Universum, den kein Mensch je betreten wird.

Diese einseitige Betonung der Außenperspektive lässt die Ingenieursmathematik vergessen, dass sie selbst Menschenwerk ist. Stattdessen träumt sie in ihren kühnsten Utopien schon von

einer evolutionären Ablösung des Menschen durch Maschinen mit Bewusstsein. Was wir aber bräuchten, ist ein besseres Verständnis für menschliches Verhalten: Wie kommen wir aus dem Teufelskreis der Forderung nach immer mehr Technik und der zunehmenden Abwertung alles Menschlichen heraus?

Das Hilbertprogramm

Die Ingenieurmathematik vererbte den Naturwissenschaften mit der Außenperspektive eine eigentümliche Schizophrenie: Trunken von der Übereinstimmung mathematischer Gleichungen mit mechanischen Gesetzen schuf sie ein Weltbild, das so sehr einer seelenlosen Uhr glich, dass Menschliches in ihr keinen Platz mehr fand.

Seine Beweiskraft bezieht das ingenieurmathematische Denken aus Axiomen, auf die sich jede seiner Aussagen widerspruchsfrei zurückführen lässt. Ein Axiom ist ein Grundsatz, der ohne Beweis anerkannt werden kann. Das lateinische Wort »axioma« geht auf das griechische $\alpha\chi\iota\omega\mu\alpha$ für »Hochschätzung«, »Achtung«, »Würde«, aber auch »Meinung« und »Ansicht« zurück.

Ein mathematisches Axiom ist also ein Gedanke, der in einem bestimmten Zusammenhang besonders plausibel und vertrauenswürdig ist. Hier sind drei Beispiele:

- Was demselben gleich ist, ist auch einander gleich.
- Alle rechten Winkel sollen einander gleich sein.
- Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange die Summe aller auf ihn einwirkenden Kräfte gleich null bleibt.

Ein historischer Höhepunkt des axiomatischen Denkens war das Hilbertprogramm: Der geniale Mathematiker und Physiker David Hilbert (1862-1943) rief die Fachwelt dazu auf, die Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme der Mathematik nachzuweisen. Einige seiner Werke gehören noch heute zu den Grundlagen der mathematischen Physik.

Wie ein gotischer Dom erschien die Mathematik als ein begehbares Gebäude mit festem Fundament. Es schienen nur noch

wenige Ecksteine zu fehlen. Im Jahr 1900 stellte Hilbert eine Liste von 23 bis dahin ungelösten Problemen in der mathematischen Beweisführung zusammen.

Das zweite Problem dieser Liste enthielt zum Beispiel die Fragestellung: Sind die Axiome der Zahlentheorie widerspruchsfrei? Diese Frage erscheint vollkommen harmlos, denn die fünf Axiome der Zahlentheorie sind sehr einfache und vertrauenswürdige Aussagen:

1. Null ist eine natürliche Zahl.
2. Zu jeder natürlichen Zahl existiert genau ein Nachfolger, der ebenfalls eine natürliche Zahl ist.
3. Es gibt keine natürliche Zahl, deren Nachfolger null ist.
4. Jede natürliche Zahl ist Nachfolger höchstens einer natürlichen Zahl.
5. Die Menge der natürlichen Zahlen ist die kleinste Menge, die sowohl null als auch jede natürliche Zahl mit ihrem Nachfolger enthält.

Der Mensch als Maschine

Der Mathematiker Kurt Gödel (1906-1978) hat 1931 mit seinem Unvollständigkeitssatz als Erster bewiesen, dass das Hilbertprogramm unlösbare Probleme enthält. Hilberts zweite Frage »Sind die Axiome der Zahlentheorie widerspruchsfrei?« ist allein mit Hilfe der Axiome der Zahlentheorie nicht zu beantworten. Mit einem ausgeklügelten Nummerierungssystem gelang es Gödel, einen Satz zu formulieren, der wahr ist, wenn er unbeweisbar ist.

Mehr noch: Er zeigte, dass jedes formale System, das so mächtig ist, dass es eine Zahlentheorie ausdrücken kann, notwendig unvollständig bleiben muss. Die Erklärung der Welt als mechanische Maschine geriet in eine bis heute andauernde Krise. Das Gebäude der Mathematik schien nun in surrealer Weise in der Luft zu hängen.

Gleichzeitig entstand in der Mathematik die Turing-Maschine. Sie ist nach dem Mathematiker Alan Turing (1912-1954) benannt und war ursprünglich ein Modell des mathematisch arbeitenden Menschen. Sie verfügt nur über drei Fähigkeiten: Kopf-

bewegung, Lesen und Schreiben. Diese symbolische Maschine ist das Vorbild für unsere heutigen Computer.

Eine Turingmaschine kann prinzipiell alle mathematischen Probleme lösen, die für Menschen lösbar sind. Mit dem so genannten Halteproblem zeigte Turing, dass es mathematische Funktionen gibt, die eine Turingmaschine nicht berechnen kann. Dies ist eine weitere Bestätigung dafür, dass es in der Mathematik unentscheidbare Fragen gibt.

Seit Gödel ist nun klar: Auch die Mathematik muss notwendig unvollständig bleiben. Sie wird immer Behauptungen enthalten, die formal nicht beweisbar sind. Hilberts Traum, in einer formalisierten Sprache den gesamten Reichtum der Mathematik einzufangen zu können, zerplatzte. Gödels Beweis zeigte, dass eine Theorie von allem in der Mathematik auf unüberwindbare Grenzen stößt.

»Hätte Hilbert Recht behalten, dann wäre die Mathematik ein abgeschlossenes System ohne Raum für neue Ideen«, schreibt der Mathematiker Gregory Chaitin.¹ Es ist beruhigend zu wissen, dass ein Computerprogramm, gefüttert mit allen formalen Mitteln der Mathematik, einem lebendigen Mathematiker in einer Fähigkeit immer unterlegen bliebe: Es wäre nicht in der Lage, sich geistig zu entwickeln.

Den Traum von einer Maschine, die über alle denkbaren formalen Mittel der Mathematik verfügt, nahm der Science-Fiction-Autor Douglas Adams auf die Schippe. In seinem Roman *Per Anhalter durch die Galaxis* gab er einer solchen Maschine einen tragischen Auftritt: Der Computer *Deep Thought* brauchte siebeneinhalb Millionen Jahre Rechenzeit für eine Antwort auf die Frage aller Fragen.

Es handelte sich wohl um die Frage nach dem Sinn des Lebens. Die genaue Formulierung der Frage war allerdings längst in Vergessenheit geraten. Die mit Höchstspannung erwartete Antwort des Computers erwies sich dann als äußerst enttäuschend. Denn seine Antwort war: 42.

Hier also reißt die klaffende Lücke zwischen Mensch und Ingenieursmathematik auf! Die Außenperspektive verführt die

1 Chaitin, Gregory: Die Grenzen der Gewissheit. In Spektrum der Wissenschaft 9/2006, S. 59.

Ingenieurmathematik, ihre eigene Grundlage zu übersehen: die Fähigkeit des Menschen, Widersprüche auszuhalten, Fragen zu formulieren und sich dadurch ständig geistig weiterentwickeln zu können. Diese menschliche Eigenschaft ist das wahre Maß der Zahlen!

Wäre diese menschliche Eigenschaft nicht ein hervorragender Gegenstand einer neuen, anderen Mathematik? Ich denke dabei an eine Mathematik, die sich wieder auf ihre ursprünglich pythagoreische Tradition besinnt. Sie wäre nicht mehr nur eine Lehre von Dingen und Zahlen, sondern auch eine Lebensphilosophie, eine Unterweisung in der Kunst, Fragen zu formulieren und Widersprüche als geistige Herausforderung anzunehmen.

Entweder objektiv oder allgemeingültig

Gödels Beweis bedeutet selbstverständlich nicht, dass die Ingenieurmathematik am Ende sei. Ganz im Gegenteil: Sie gedeiht nach wie vor prächtig, obwohl sie ihren Allmachtsanspruch aufgab. Und, um keine Missverständnisse aufkommen zu lassen, ich würde mich nie freiwillig in ein Flugzeug setzen, dessen Konstruktion nicht auf solider Ingenieurmathematik beruht.

Die Anwendung der Ingenieurmathematik auf die Entwicklung menschlicher Eigenschaften halte ich dagegen von vornherein für problematisch. Rechnet man mit menschlichen Meinungen und Handlungen wie mit Dingen, begeht man den gleichen Fehler, als würde man, um den Schmetterlingsflug zu studieren, große Sammlungen von aufgespießten Insekten anlegen.

Ich muss gestehen, dass ich die herausragenden Persönlichkeiten der Ingenieurmathematik wie Leibniz, Newton, Euler, Gauss und Hilbert sehr verehere und bewundere. Das ist vergleichbar mit einem Musikliebhaber, der Persönlichkeiten verehrt, die ihr Instrument virtuos beherrschen oder brillante Partituren komponieren. So strahlen auch die mathematischen Formeln und Beweise der oben genannten Fünf, stellvertretend für viele andere, unvergleichliche Virtuosität und Brillanz aus.

Die Unterscheidung von Mensch und Natur wurde in den letzten Jahrhunderten aber immer grundsätzlicher und unversöhnlicher. Es ging schließlich um die Verteidigung des mathematisch

Vorhersagbaren gegen das Spekulative. Vom Menschen unabhängige (objektive) Erscheinungen stehen seitdem menschlichen (subjektiven) Erscheinungen unversöhnlich gegenüber.

Widmet sich die Naturwissenschaft der menschlichen Innenperspektive, wird sie sich selbst untreu. Denn die Ausklammerung dieser Perspektive ist ja ihr ingenieursmathematisches Programm. Wenn sie die Innenperspektive aber ignoriert, klammert sie einen Bereich der Welt aus und verliert ihren Anspruch auf Allgemeingültigkeit. Das ist das Dilemma der Naturwissenschaft.

Insofern ist die Situation der Naturwissenschaften vergleichbar mit der eines Anstreichers, der mit äußerster Sorgfalt die Dielen eines Fußbodens streicht, aber zu spät bemerkt, dass er an der Eingangstür begonnen hat. Nun steht er in der äußersten Ecke des Raumes und weiß nichts mit sich anzufangen. Beim Weiterstreichen stünde er sich selbst im Wege und beim Verlassen des Raumes würde er sein Werk zerstören.

Doch die Unterscheidung von Mensch und Natur kann nicht absolut sein – auch wenn alle Versuche, diese Gegenpole in einem Weltbild zu versöhnen, bis heute mehr oder weniger scheiterten. Entweder widersprechen diese vereinheitlichenden Modelle den Naturwissenschaften oder sie stolpern über sich selbst.

Zweifelsfrei ist der Mensch nicht nur distanzierter Beobachter der Natur, sondern auch Teil der Natur. Worin besteht also das Problem, die Einheit von Mensch und Natur zu erkennen? Antwort: Die Zahlen, das universelle Werkzeug der Naturwissenschaft, haben die Tendenz zur Verselbstständigung und zur Entfremdung vom Menschen. Dadurch wird leicht übersehen, dass Zahlen nicht nur die Welt spiegeln, sondern auch den Menschen, der sie schreibt, mit ihnen zählt und rechnet.

Emotionale Zahlen

Menschen handelten mit Zahlen schon lange, bevor sie eine rationale Erklärung dafür entwickeln konnten. Solche Zahlen haben einen eher emotionalen als rationalen Charakter. Menschen bildeten verlässliche Einheiten, bevor sie die Eins erfanden.

den. Sie nutzten leere Gefäße als Hohlmaß, ohne eine Idee von der Null zu haben. Sie zeichneten Pentagramme, ohne die Zahl PHI zu kennen, und erhoben Zinseszinsen ohne Kenntnis der Eulerschen Zahl. Lange bevor die Zahl PI bekannt war, ordneten Menschen Dinge im Kreis an und bauten Räder. Kurz: Sie erfuhren diese Zahlen – und das lange, bevor sie diese rational begreifen konnten.

Emotionale Zahlen sind nicht nur äußerliche Maße des Menschen, sondern auch ein Spiegelbild seiner Sorgen, Wünsche, Träume, Hoffnungen, Vorurteile, Erwartungen, Leidenschaften und Handlungsabsichten. Insofern sind Zahlen auch ein Spiegel des Bewusstseins und es lässt sich in ihnen wie in einem aufgeschlagenen Buch der menschlichen Psyche lesen.

Die Innenperspektive des Menschen untersucht die »Romantische Wissenschaft«. So bezeichnet beispielsweise der New Yorker Neuropsychiater Oliver Sacks sein Forschungskonzept. Die Bezeichnung geht auf den russischen Neuropsychologen Alexander Lurija zurück, dessen Fallgeschichten (*Der Mann, dessen Welt in Scherben ging* und *Kleines Porträt eines großen Gedächtnisses*) Sacks als leuchtendes Vorbild dienten.²

In einem Vorwort zu diesen Fallgeschichten charakterisiert Oliver Sacks die klassischen Wissenschaften sinngemäß wie folgt: Man erkennt sie daran, dass sie Ereignisse so lange in ihre Bestandteile zerlegen, bis sie der mathematischen Analyse zugänglich geworden sind. Das Individuelle ist für sie Nebensache. Ihr Ziel ist die Manipulierbarkeit und Vorhersagbarkeit der Ereignisse.

Romantische Wissenschaft ist das genaue Gegenteil: Sie interessiert sich für den handelnden Menschen in seiner Lebenswirklichkeit. Sie schaut nicht auf Menschen herab, als handele es sich um Schachfiguren in einem Gesellschaftsspiel. Sie ist frei von einem distanzierten bevölkerungspolitischen Blick.

Stattdessen spürt sie mit detektivischem Scharfsinn verborgenen Zusammenhängen nach. Sie nähert sich dem Allgemeinen nicht über das Ausjäten alles Individuellen, sondern gerade über

2 Sacks, Oliver: Vorwort. In: Lurija, Alexander: *Der Mann, dessen Welt in Scherben ging*. Reinbek 1992, S. 9-11; und Lurija, Alexander: *Romantische Wissenschaft. Forschungen im Grenzbezirk von Seele und Gehirn*. Reinbek 1993.

den Einzelfall: Erst in extremen Lebenslagen tritt das Allgemeinmenschliche aus dem Schatten des Alltäglichen heraus.

Beispiele: In Lurijas erster Fallgeschichte kämpft der Mann, dessen Welt in Scherben ging, mühsam darum, seinen verloren gegangenen Sinn für die Zahlen von eins bis zehn wiederzuerlangen. In dem kleinen Porträt eines großen Gedächtnisses erzählt Lurija von einem Mann, der sich mühelos sinnlose Zahlenkombinationen einprägen und sie über Jahrzehnte hinaus fehlerlos behalten kann. In der Fallgeschichte *Die Zwillinge* berichtet Sacks von Zahlengenies, bei denen eine geistige Behinderung diagnostiziert wurde.³

Die Einzigartigkeit des Individuums

Der mehrfach ausgezeichnete Wissenschaftsjournalist des *Scientific American*, John Horgan, lobt in seinem Buch *Der menschliche Geist* Oliver Sacks als Musterbeispiel für einen überzeugenden Neurowissenschaftler: »Während die meisten Neurowissenschaftler die Einzigartigkeit des Individuums wegzuerklären versuchen, hat Sacks sie zum Mittelpunkt seiner Arbeit gemacht.«⁴

Über die Mehrheit der Neurowissenschaftler, die eine klassische Form der Wissenschaft vorziehen, urteilt er: »Vielleicht sollten sie sich als Techniker betrachten, genauso wie Brückenbauer, Schaltkreiskonstrukteure und Autohersteller ...«⁵, und warnt an anderer Stelle, »dass die Anwendung der wissenschaftlichen Rationalität auf menschliche Angelegenheiten häufig im Totalitarismus münde.«⁶

Aber Horgan sieht auch die Gefahr einer ausschließlich romantischen Wissenschaft: »Das Problematische an Fallgeschichten liegt darin, dass sie sich zwar häufig sehr plausibel anhören, aber die Wahrheit verschleiern und untergraben können.«⁷

3 Sacks, Oliver: *Der Mann, der seine Frau mit einem Hut verwechselte*. Reinbek 1991, S. 255-278.

4 Horgan, John: *Der menschliche Geist. Wie die Wissenschaften versuchen, die Psyche zu verstehen*. München 2000, S. 365.

5 Ebenda, S. 366.

6 Ebenda, S. 364.

7 Ebenda, S. 366.

Wären da nicht verlässliche Zahlen ein Ausweg? Und überhaupt: Welche Rolle spielen Zahlen in der romantischen Wissenschaft? Antwort: Die romantische Wissenschaft drückt zwar menschliche Angelegenheiten nicht in Zahlen aus, dafür erzählt sie aber von zählenden Menschen.

Dieses Prinzip, Zahlen von Menschen zu beziehen, statt Menschen auf Zahlen festzulegen, zeigt Sacks besonders eindrucksvoll bei der Gewinnung von Beobachtungsdaten über das Parkinson-Syndrom. In seinem Buch *Zeit des Erwachens* schrieb er dazu: »Uns half eine glückliche und erstaunliche Fügung: Einer unserer Patienten wies die Neigung zur Mathematik auf und vermochte es, seine eigenen Reaktionen sehr genau zu beschreiben und zu messen. So kamen wir zu einem hervorragend geeigneten Satz von Daten.«⁸

Die größte Herausforderung der Wissenschaft des 21. Jahrhunderts wird es sein, die Lücke zwischen Mensch und Natur zu überbrücken. Eine Fortführung der Erfolgsgeschichte der Naturwissenschaften genügt nicht.

Eine Schlüsselrolle hat dabei die Verbindung der Mathematik mit denjenigen menschlichen Phänomenen, die vor dem kalten ingenieurmatischen Blick schamhaft unter der Decke verborgen bleiben: Leidenschaften, Wünsche, beharrliches Wollen, Geistesblitze ... – kurz: die Phänomene, die den Humus bilden, auf dem Mathematik und Naturwissenschaften wachsen. Diese Phänomene gehören zur Wissenschaft wie die Liebe zur Fortpflanzung, der Genuss zur Ernährung und die Phantasie zur Vernunft.

Einst, im Zeitalter der Aufklärung, war es noch der Tod, der das Licht auf das Leben warf. Sezierte Leichen präzisierten das Bild von der Anatomie der Lebenden. Dieses statische Bild des Menschen fügte sich nahtlos in das leblose Uhrwerk des mechanischen Weltbildes ein.

Dieses Bild vom menschlichen Körper hat sich paradoxerweise dank neuester naturwissenschaftlicher Errungenschaften gewandelt. Ein Beispiel ist die PET (Positronen-Emissions-Tomographie). Ihre farbigen Bilder vermitteln ein völlig neues Bild vom Menschen: Es gibt keine Zentrale der Vernunft. Stän-

⁸ Sacks, Oliver: *Awakenings. Zeit des Erwachens*. Reinbek 1991, S. 413.

dig wechselnde Zentren gesteigerten Hirnstoffwechsels begleiten das Denken und Fühlen gleichermaßen.

Das neue Bild vom menschlichen Körper beinhaltet sich verästelnde und sich selbst organisierende Flüssigkeitsströme, sich beständig verändernde und miteinander kommunizierende Membranen sowie Symbiosen zwischen Mikroorganismen. Es zeigt sich, dass der Mensch einem Uhrwerk so unähnlich ist wie der tropische Regenwald einem Tierpark.

Herausforderungen für eine Humanmathematik

Was bedeuten für uns Informatisierung, Informationszeitalter und Wissensgesellschaft? Fragt man uns: »Was ist Information?«, befinden wir uns unversehens in einer ähnlichen Lage wie Bronzezeitmenschen, die man in der Bronzezeit gefragt hätte: »Was ist Bronze?« Die Bronzezeitmenschen hätten sicherlich die Eigenschaften des glänzenden, weichen und sehr dehnbaren Metalls gelobt und uns Beispiele für seine Verwendung in Werkzeugen, Schmuck und Waffen gegeben.

Wir könnten als Beispiele für Informationsquellen ein Gespräch, eine Pantomime, eine Komposition, ein Gemälde, einen Museumsbesuch, ein gelesenes Buch, einen geschriebenen Text, eine Fernsehsendung, ein Telefongespräch, eine programmierte Computeranwendung, eine kurze SMS im Handy oder den Austausch von E-Mails anführen. Doch welches gemeinsame Muster diese Anwendungen verbindet, können wir nicht genau sagen. Wir könnten nicht einmal die Frage beantworten, warum uns ein beiläufiges hingeworfenes Wort mitunter mehr verstören kann als eine noch so brillante Operaufführung.

Was eine Nachricht bewirkt, hängt sowohl von der Beschaffenheit des Signals, das sie überträgt, als auch von der Innenwelt des Menschen ab, der dieses Signal als Nachricht interpretiert. So kann eine Nachricht zum Beispiel als Zahl verschlüsselt sein. Ihre Botschaft kann aber auch selbst eine Zahl sein. Ist der Inhalt der Nachricht »zwei«, »drei« oder »vier«, könnte es sich zum Beispiel um eine Lottozahl handeln oder um die mit Spannung erwartete Mitteilung über die Anzahl der Kinder einer Mehrlingsschwangerschaft. Häufig sind Zahlenbotschaften über die

Anzahl von Signalen verschlüsselt. Beispiel: In der Punktschrift für blinde Menschen stellen sieben Punkte in einer bestimmten Anordnung die Zahl zwölf dar.

Die Fähigkeit zur Interpretation der Signale einer Nachricht hängt maßgeblich von der geistigen Entwicklung ab. An einen Säugling schickt man eher keine E-Mail. Besser klappt die Signalübertragung von Angesicht zu Angesicht. Geistige Entwicklung ist aber wiederum ein Ergebnis der ständigen Interpretation verschiedenster Signale.

Um verstehen zu können, was Informatisierung, Informationszeitalter und Wissensgesellschaft bedeuten, wäre also eine mathematische Lehre von der geistigen Entwicklung des Menschen hilfreich. Eine Humanmathematik könnte das weltweite Bewusstsein für die Probleme des Informationszeitalters und der Wissensgesellschaft schärfen. Ihre Hauptaufgabe wäre dann, das Selbstbewusstsein der Menschen zur Lösung dieser Probleme zu fördern. Doch wie sollte man sich so eine Humanmathematik vorstellen?

Im zweiten Teil werde ich ausgewählte historische Versuche vorstellen, die ich als Beiträge auf dem Weg zu einer solchen Mathematik interpretiere: die Montessori-Formel, $V = P + U$, zur Polarisation der Aufmerksamkeit, die Lewin-Formel, $V = f(P, U)$, zum menschlichen Verhalten und die Piaget-Formel, $P_n = V^n(U_0)$, zur geistigen Entwicklung.

Der dritte Teil beantwortet die Frage: Wie kann eine Humanmathematik Errungenschaften aus der Ingenieurmathematik aufgreifen, ohne menschliche Eigenschaften zu verdinglichen oder Lebendiges in Totes umzuwandeln?

Doch zuvor ist eine noch grundlegendere Frage zu beantworten: Wozu sollte eine Lehre von der geistigen Entwicklung unbedingt mathematisch sein? – Wenn Zahlen nicht so richtig auf Menschen passen, könnte man sich doch auch zufriedengeben mit einer sprachlichen Darstellung ...

Deshalb geht es in den nächsten beiden Kapiteln dieses ersten Teils um die folgenden Fragen:

- Worin besteht der Sinn von Zahlen?
- Was ist das Wertvolle am mathematischen Denken?
- Wie hat es sich entwickelt?

- Warum wäre ein mathematisches Verständnis der menschlichen Leidenschaft, der geistigen Entwicklung und des Bewusstseins überhaupt so wünschenswert?
- Welche Anforderungen ergeben sich daraus für eine Humanmathematik?